



**Non-linearita'
e
Musica**

Alessandra Andreoni



Oscillazioni ed Onde



Teoria dei Sistemi Lineari



Apoteosi dell'Analisi di Fourier



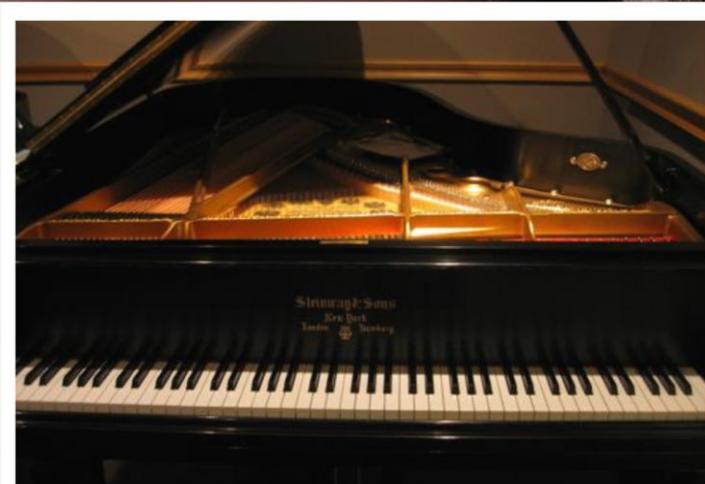
Ottica Non-lineare



Analisi di Fourier di
Limitata Applicabilita'



L'orecchio percepisce i suoni tramite le variazioni periodiche della pressione dell'aria sul timpano e ne stabilisce l'altezza (nota musicale) in base alla frequenza , $f = 1/T$. Unità di misura: T [s], f [Hz].

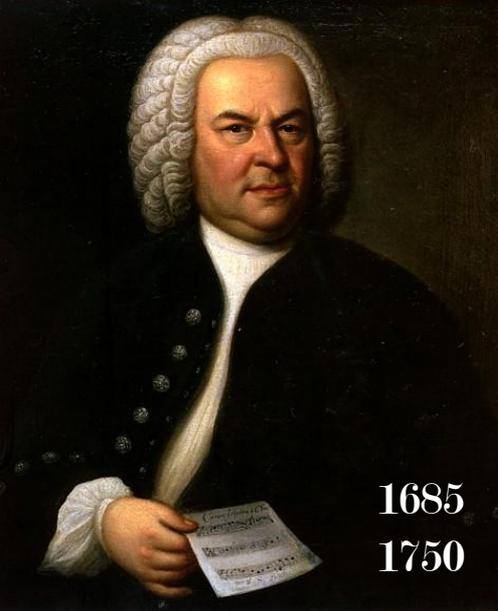




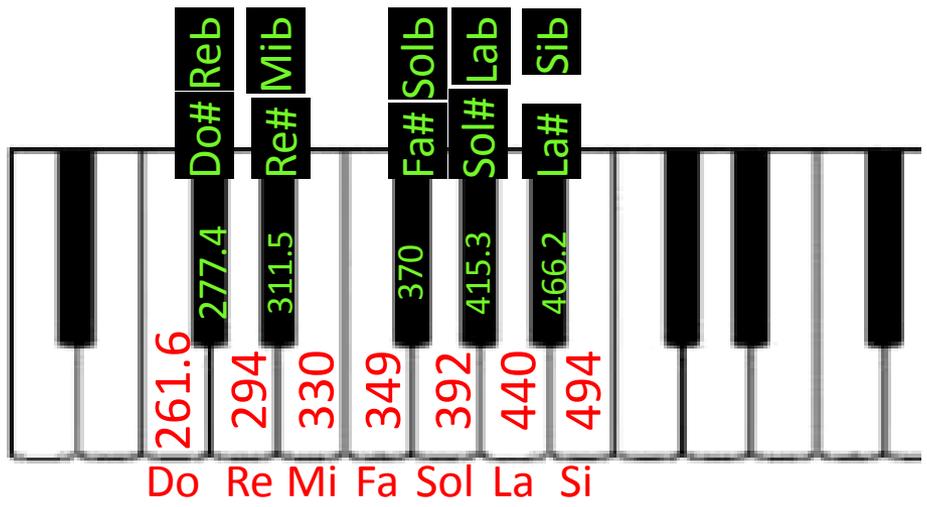
STEINWAY & SONS

Valori delle frequenze f , in Hz, associati alle diverse note, Do, Do#, Re, ecc.





1685
1750



ISO 16: 1975
Frequenze f, in Hz ,
“associate” alle NOTE

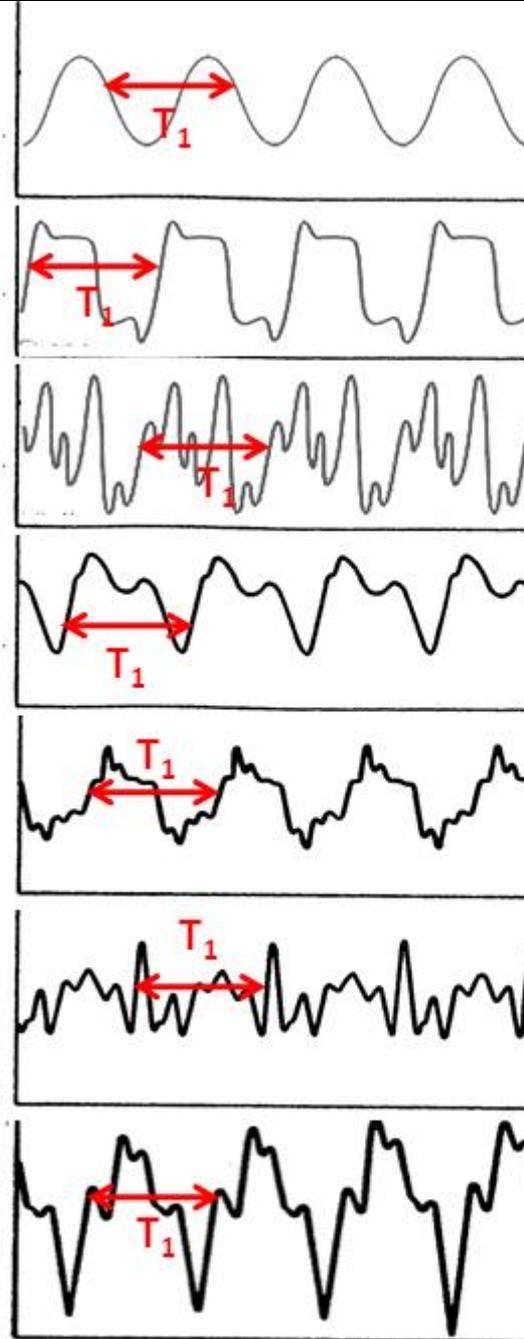
Frequenza f della variazione periodica della pressione dell'aria sul timpano

Es. $f_1 = 261.6$ Hz, che l'udito associa alla nota Do centrale

Do \leftrightarrow 261.6 Hz

$$f_1 = 1/T_1$$

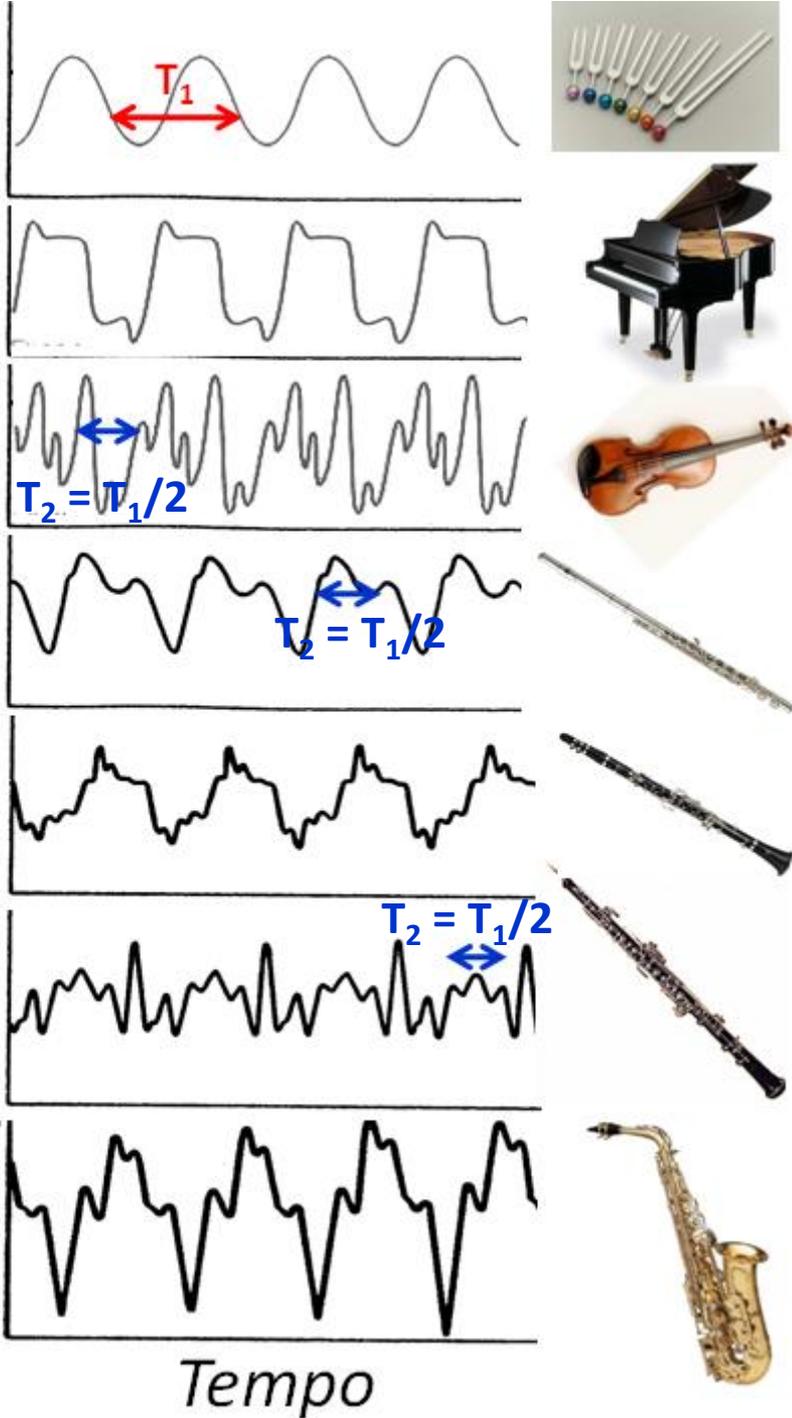
Pressione dell'aria



Tempo



Pressione dell'aria



Tempo

$$f_1 = 1/T_1$$

Le sottostrutture temporali rivelano la presenza di oscillazioni armoniche con periodi sottomultipli interi di T_1 che ogni strumento inevitabilmente emette

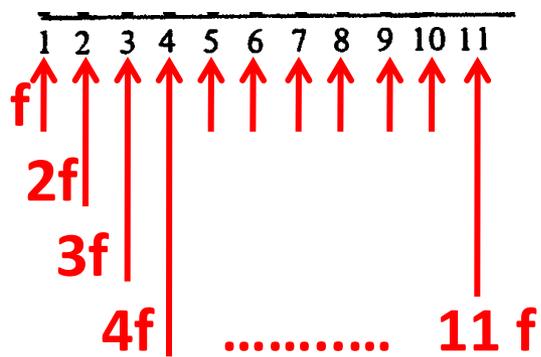
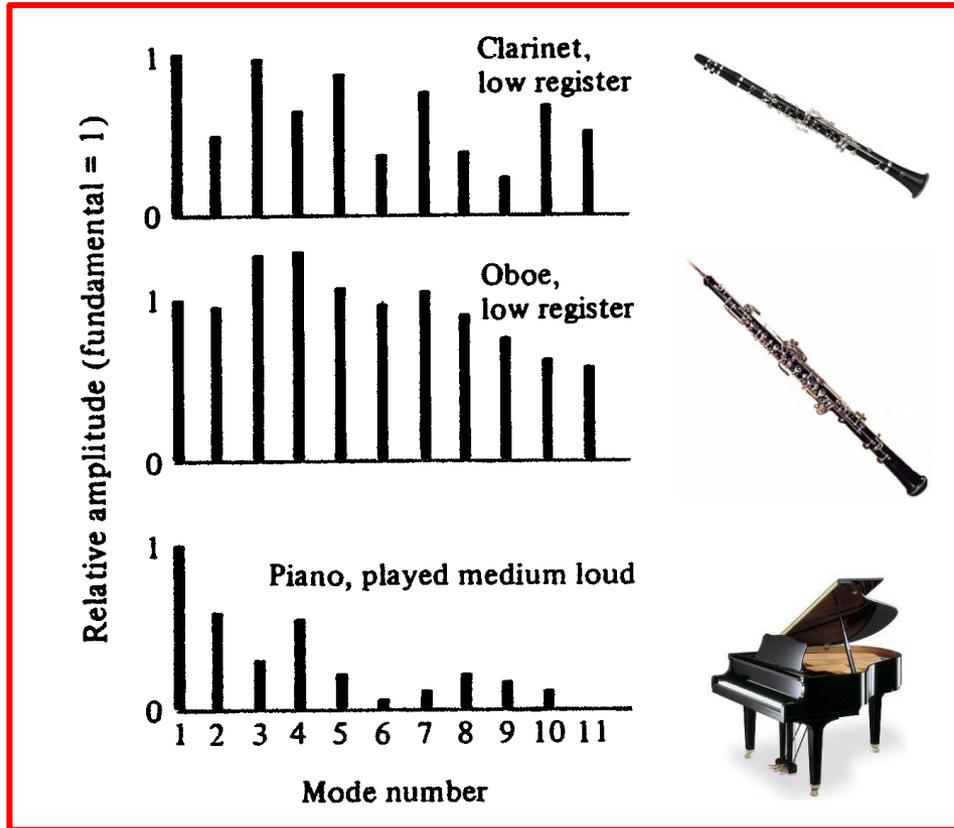
$$\text{Es.: } T_2 = T_1/2$$

Frequenze dei modi di oscillazione armonici:

Fondamentale	$f = 1/T_1$
Seconda Armonica	$2f$
Terza Armonica	$3f$
ecc.	

La composizione in modi armonici di un suono ne determina il timbro

Ampiezze dei modi armonici SPETTRO



L'uomo percepisce bene gli armonici con frequenze tra 20 Hz e 20 kHz

→ riconosce quale strumento ha suonato una nota

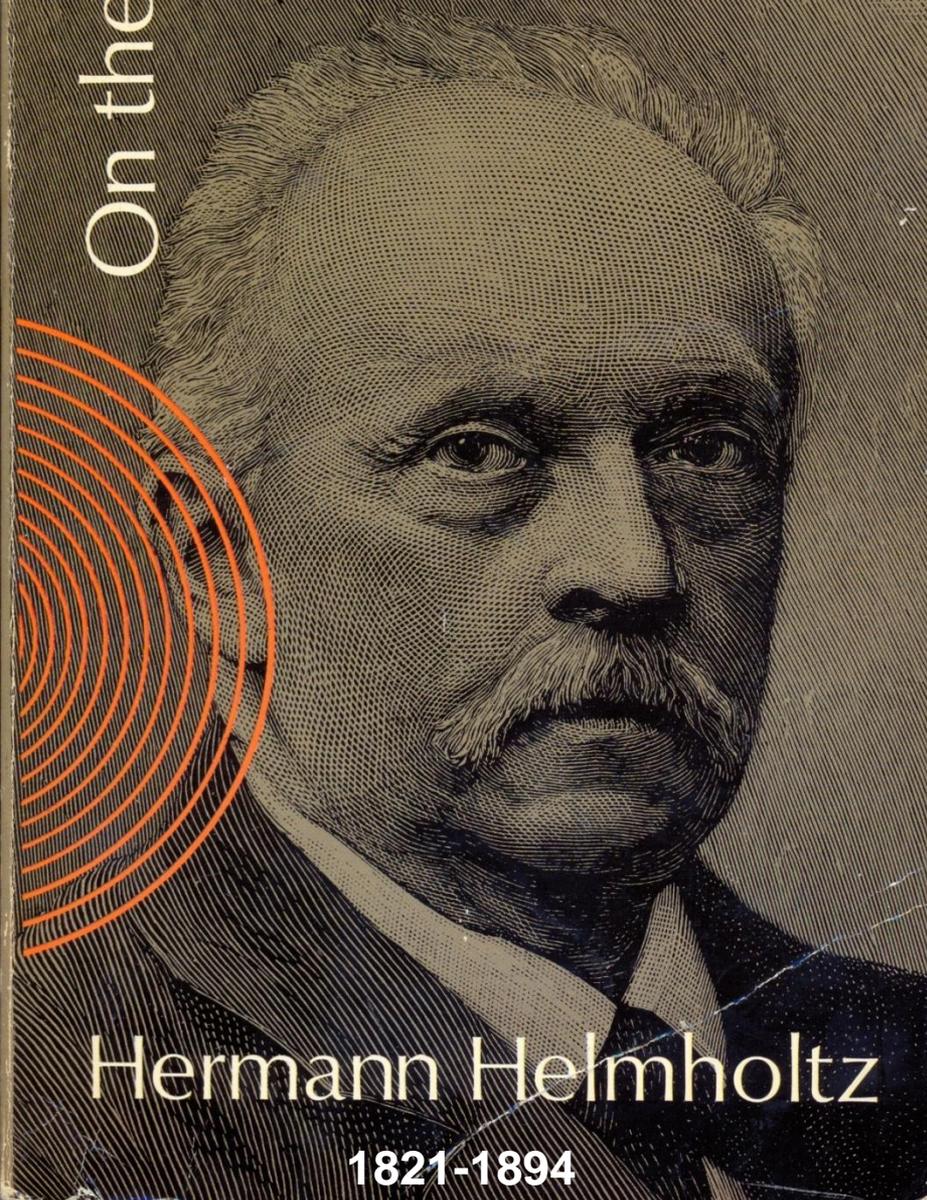


→ riconosce la voce di una persona



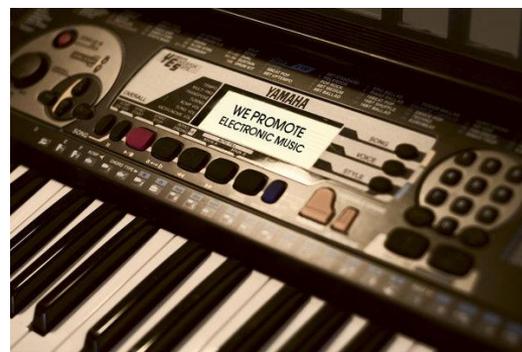
Sensations of Tone

On the



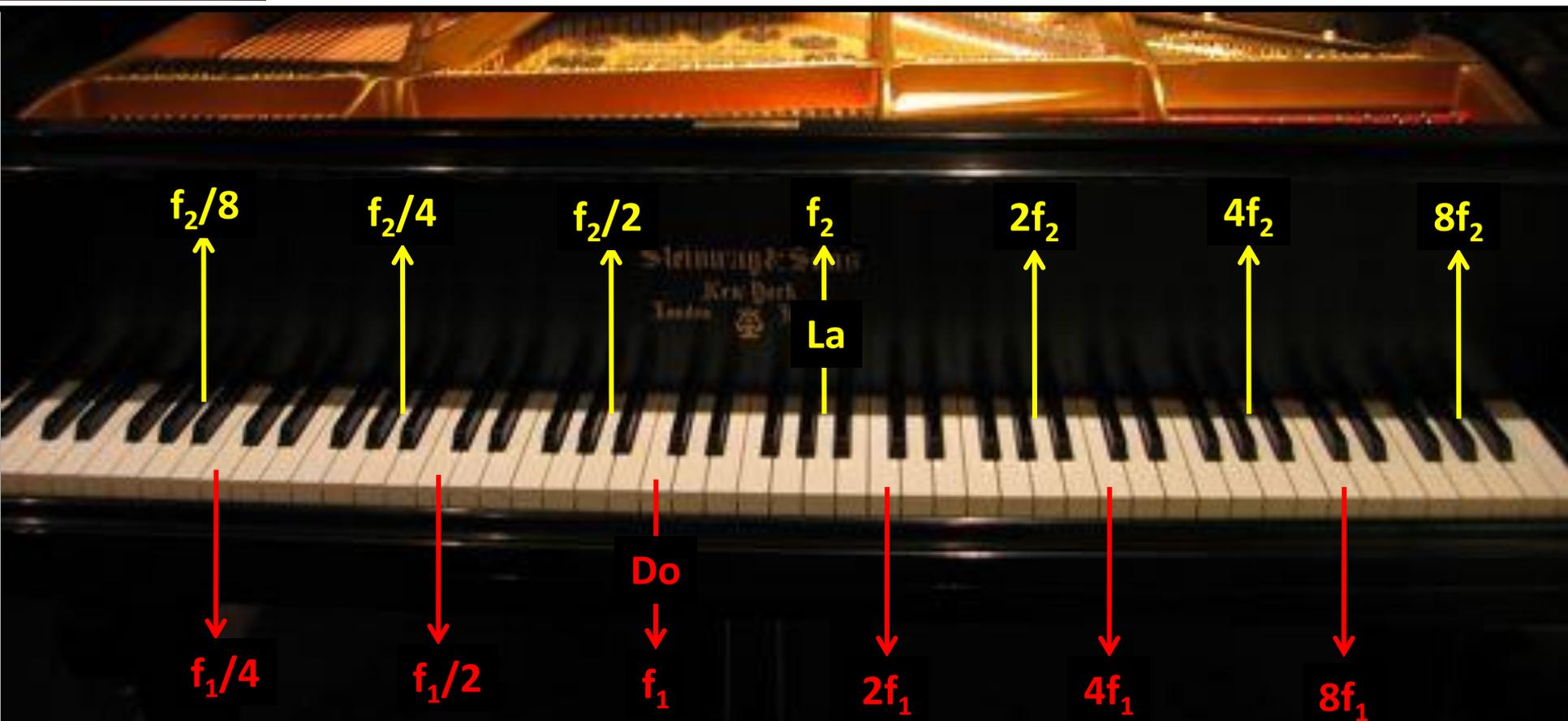
Hermann Helmholtz

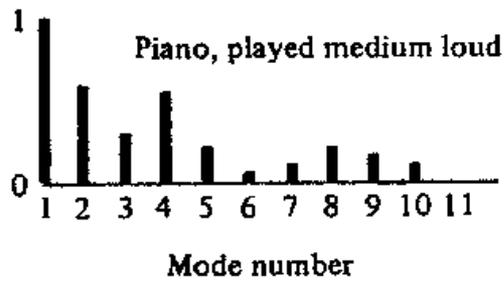
1821-1894





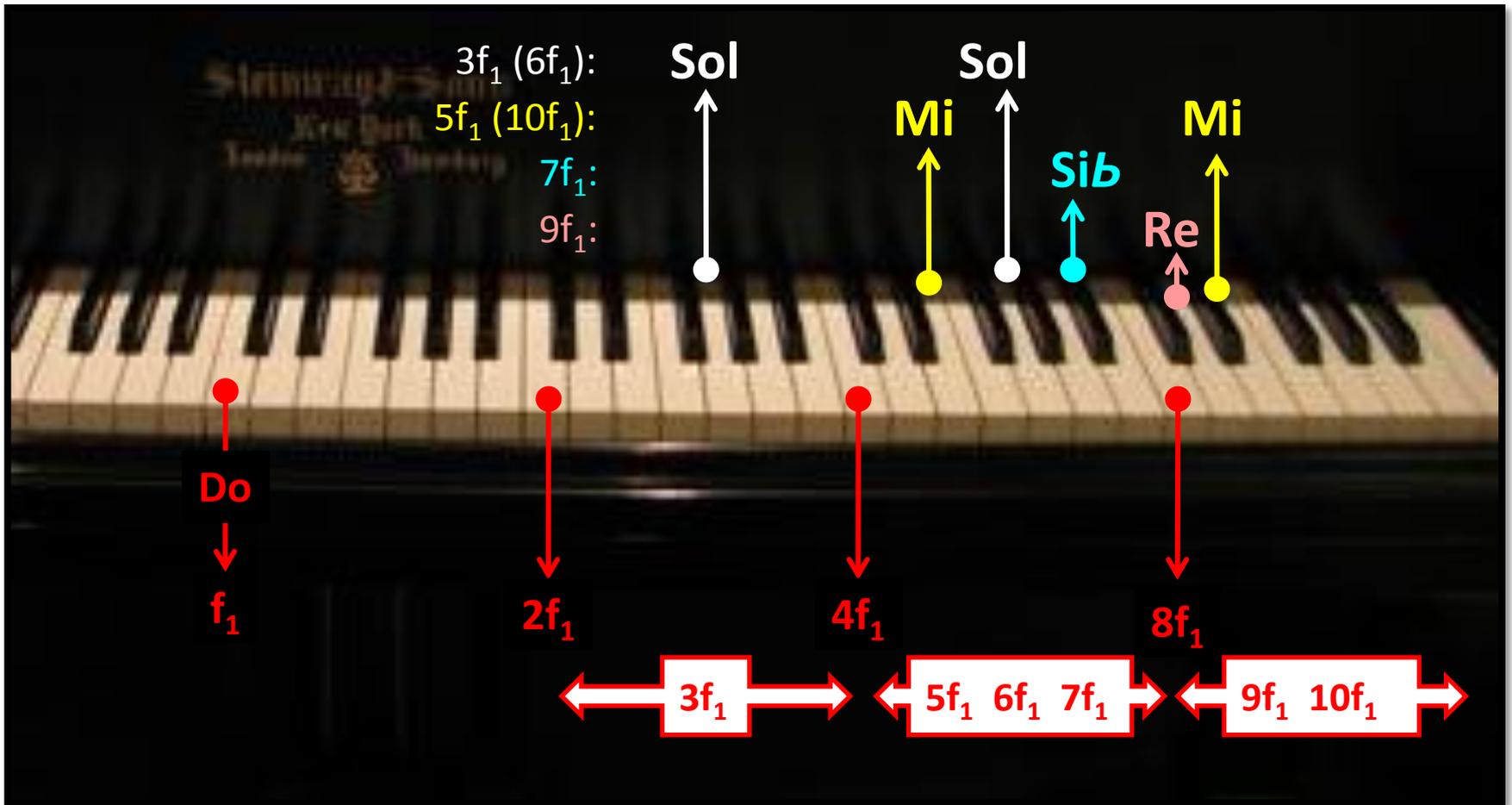
L'orecchio, che attribuisce una frequenza fondamentale f_1 ad una nota, attribuisce la frequenza $2f_1$ alla stessa nota all'ottava superiore. Questo vale per qualunque frequenza fondamentale f_1, f_2, \dots ovvero per qualunque nota

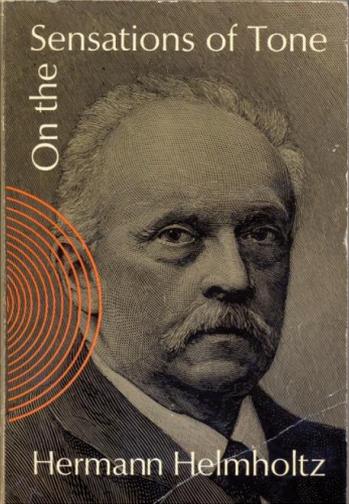




DOMANDA: Le frequenze $3f_1$, $5f_1$, $6f_1$, $7f_1$, $9f_1$, $10f_1$, degli altri modi armonici a che note corrispondono?

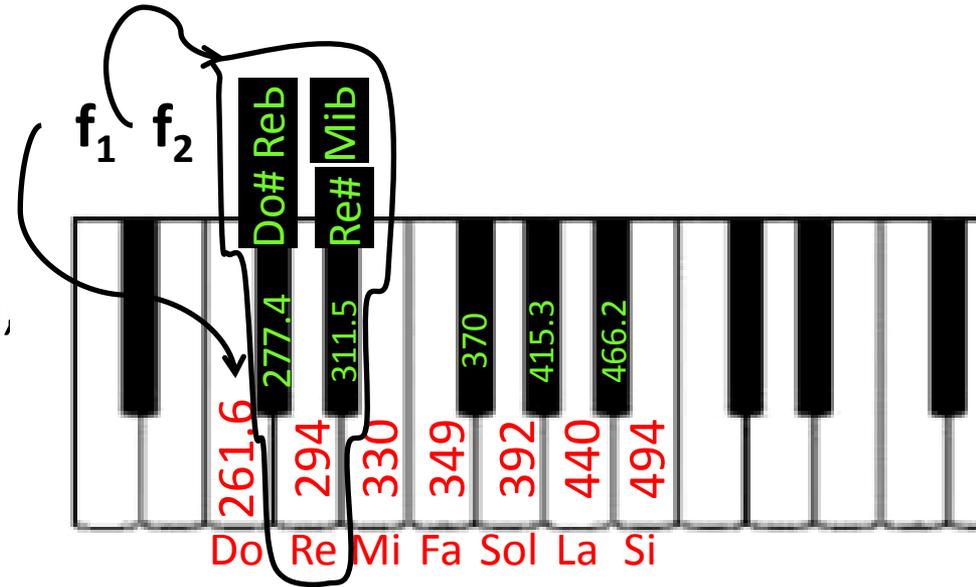
RISPOSTA: ISO 16 (1975)





CONSONANZA e DISSONANZA di due note basi fisiche, fisiologiche e psicologiche dell'armonia musicale

Frequenze fondamentali, f_1 ed f_2



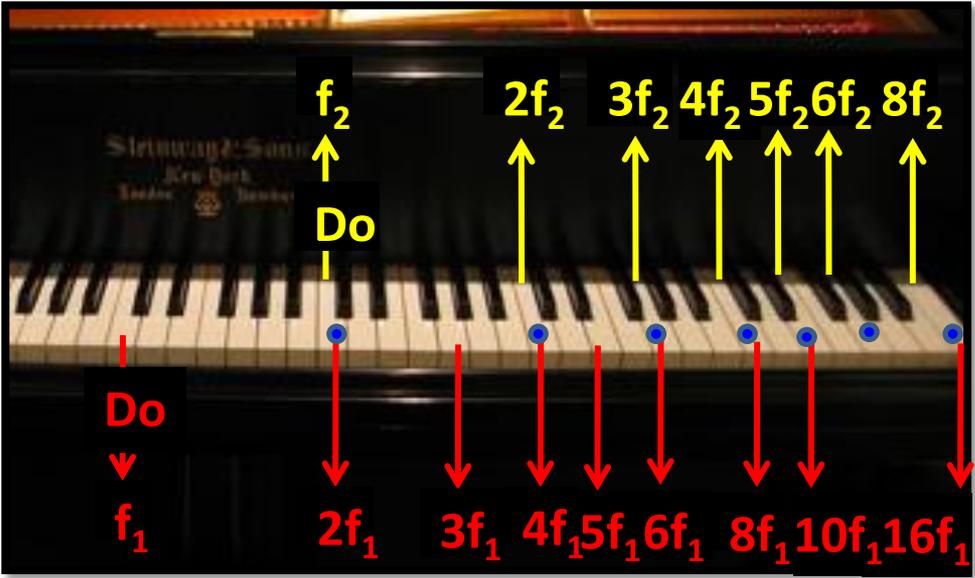
DISSONANZA

- quando f_1 ed f_2 sono troppo simili, cioè $f_2/f_1 < 1.2$
(intervallo inferiore alla 3a min)

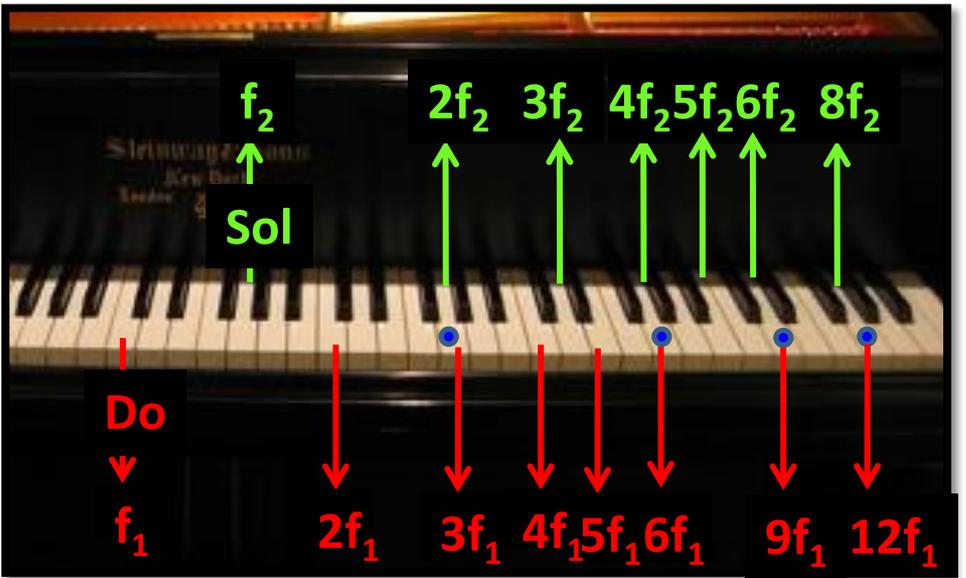
CONSONANZA

- quando armonici delle due note hanno la stessa frequenza
($mf_1 = nf_2$)

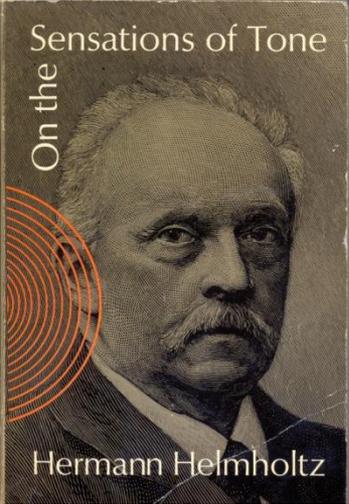
MASSIMA CONSONANZA per note
all'intervallo di OTTAVA ($f_2 = 2f_1$)



BUONA CONSONANZA per note
all'intervallo di QUINTA ($f_2 = 3/2f_1$)



Due note all'intervallo di quinta sono piu' dissonanti perche' le coppie di armonici con frequenze $nf_2/mf_1 < 1.2$ sono di piu' che per l'intervallo di ottava.



BASI FISILOGICHE dell'ARMONIA

- percezione delle armoniche “udibili”
- non-linearita' \leftrightarrow capacita' di sintetizzare frequenze

$X(t)$ input sonoro

$Y(t)$ risposta finale del sistema uditivo

RISPOSTA LINEARE: $Y(t) = aX(t)$

RISPOSTA NON-LINEARE: $Y(t) = aX(t) + b[X(t)]^2 + \cancel{cX^3} + \dots$

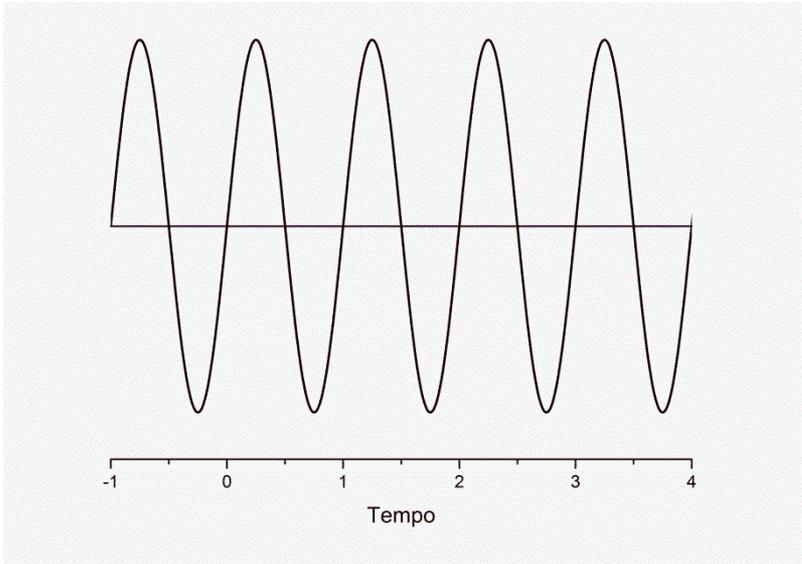
(a, b, c : costanti, es. sensibilita', o guadagno per un amplificatore)



La risposta $Y(t)$ contiene anche la seconda armonica di qualunque frequenza f dello spettro dell'input $X(t)$

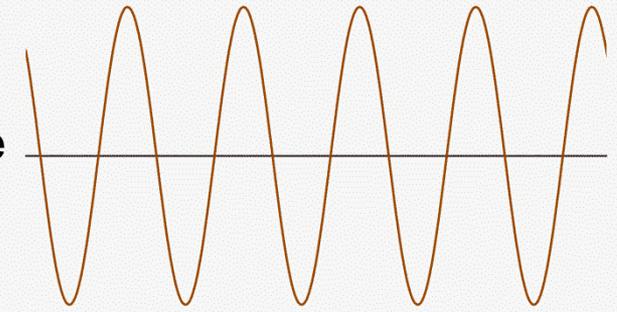
La risposta $Y(t)$ contiene, oltre alle seconde armoniche $2f_1$ e $2f_2$, anche componenti alla frequenza somma $f_1 + f_2$ ed alla frequenza differenza $f_1 - f_2$.

INPUT: Singola frequenza f

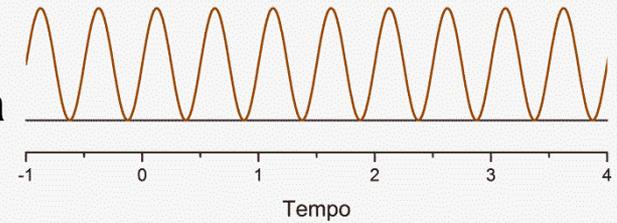


COMPONENTI della RISPOSTA

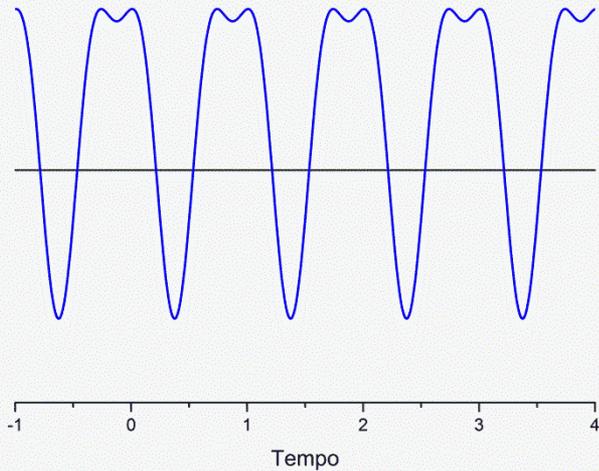
Lineare



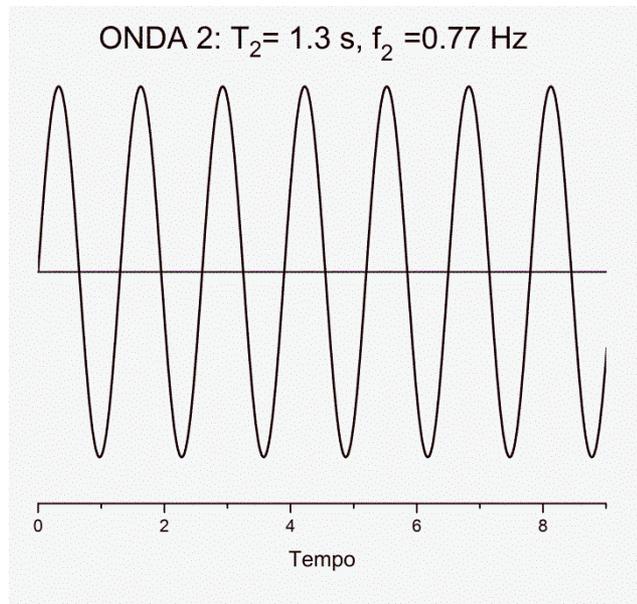
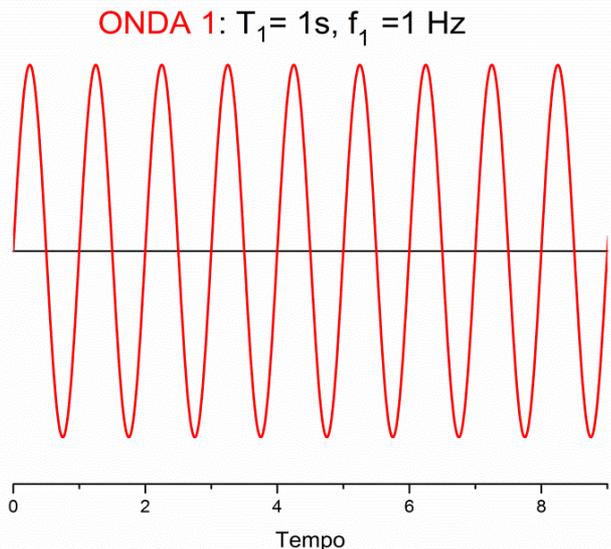
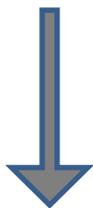
Quadratica



OUTPUT

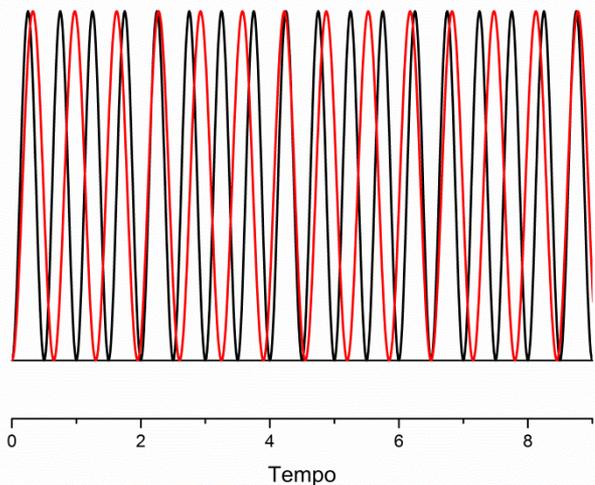


INPUT:
Frequenze f_1 e f_2



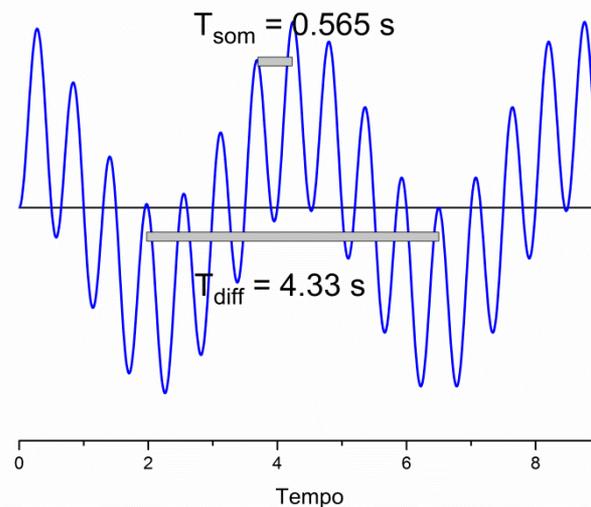
OUTPUT: COMPONENTI LINEARI (vedi sopra) e COMPONENTI QUADRATICHE
 $(\text{ONDA 1} + \text{ONDA 2})^2 = (\text{ONDA 1})^2 + (\text{ONDA 2})^2 + 2 \times (\text{ONDA 1}) \times (\text{ONDA 2})$

Quadrato di ONDA 1 e quadrato di ONDA 2



$2f_1$ e $2f_2$

(ONDA 1) × (ONDA 2)



$T_{\text{som}} = 1/(f_2 + f_1)$ e $T_{\text{diff}} = 1/(f_2 - f_1)$



**CON LA SINTESI DELLE ARMONICHE AURALI,
DOVUTE ALLA NON-LINEARITA' DELLA SUA
RISPOSTA, L'ORECCHIO AGISCE SUL TIMBRO
CON CUI PERCEPIAMO UNA NOTA EMESSA
DA UNO STRUMENTO.**

**NELLA RIPRODUZIONE DELLA MUSICA SI
DEVE PRETENDERE ASSOLUTA LINEARITA'.**

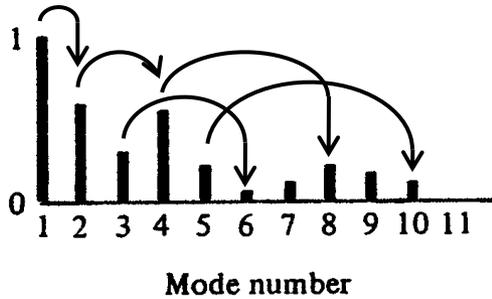
**➔ NON SENTIAMOLA MUSICA COSI' COME EMESSA
DAGLI STRUMENTI**

**➔ GLI APPARECCHI "AD ALTA FEDELTA'" DEVONO
RIPRODURRE LA MUSICA COSI' COME VIENE EMESSA**

SINTESI DELLE SECONDE ARMONICHE AURALI
Intensificazione delle armoniche pari

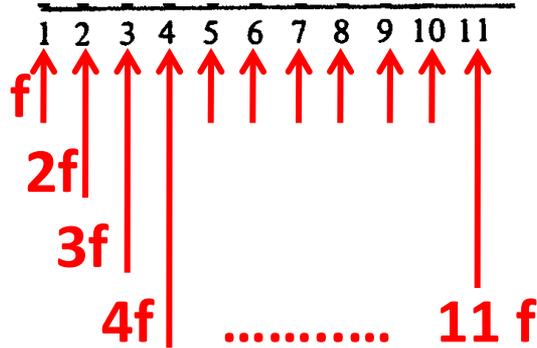
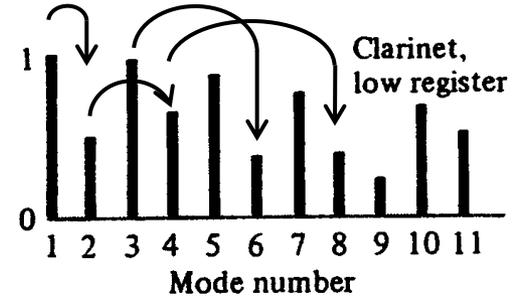
Timbro piu' "stridulo"

Relative amplitude
 (fundamental = 1)



Timbro piu' "armonioso"

Relative amplitude
 (fundamental = 1)



SINTESI DELLE SOMME DI FREQUENZE
Intensificazione delle armoniche ad alta frequenza

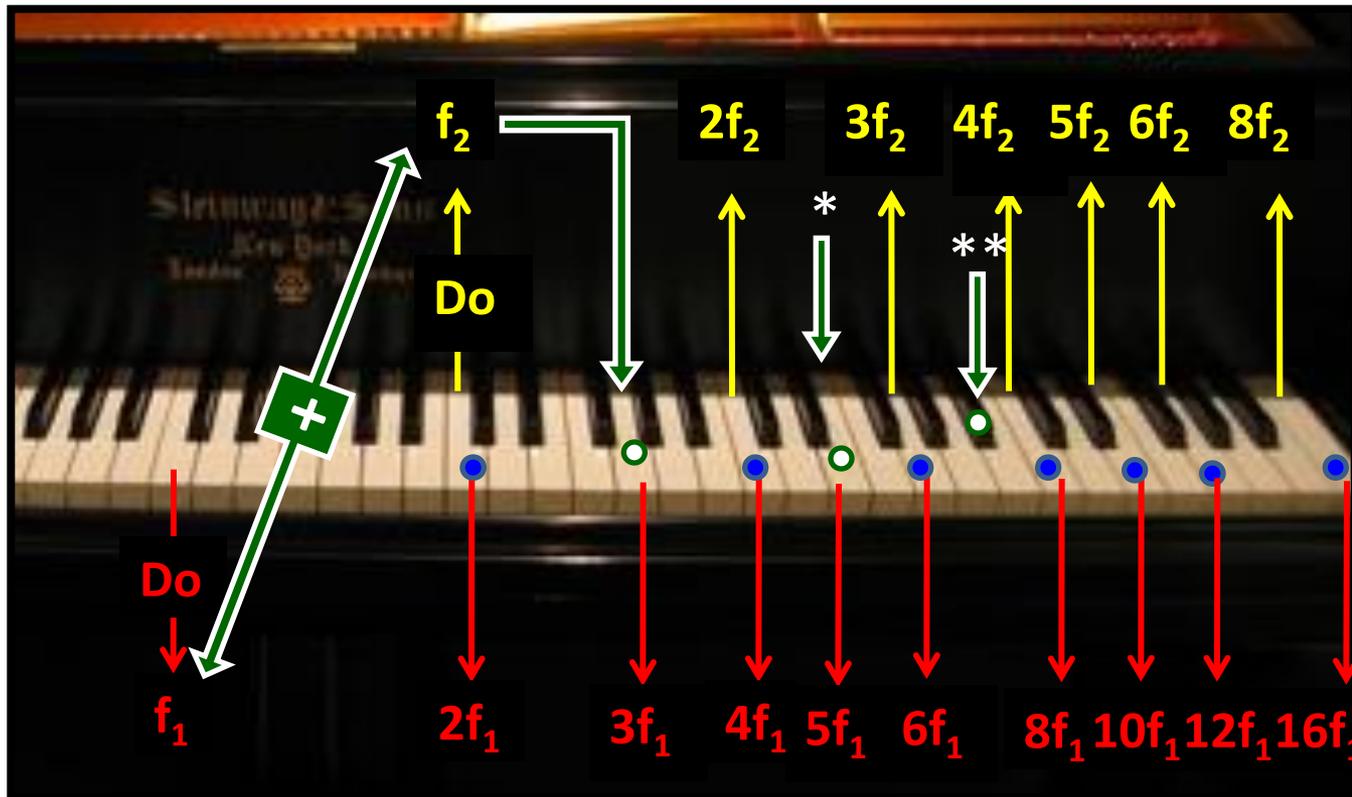
Ogni singola nota acquista un timbro piu' "stridulo" ed "armonioso"

SINTESI DELLE SOMME DI FREQUENZE

Creazione di armoniche consonanti in risposta a due note ad un intervallo

Due note all'INTERVALLO di OTTAVA: $f_2 = 2f_1$

Massima consonanza (vedi ●)



$$3f_1 = f_1 + f_2$$

$$* 5f_1 = 3f_1 + f_2 = f_1 + 2f_2$$

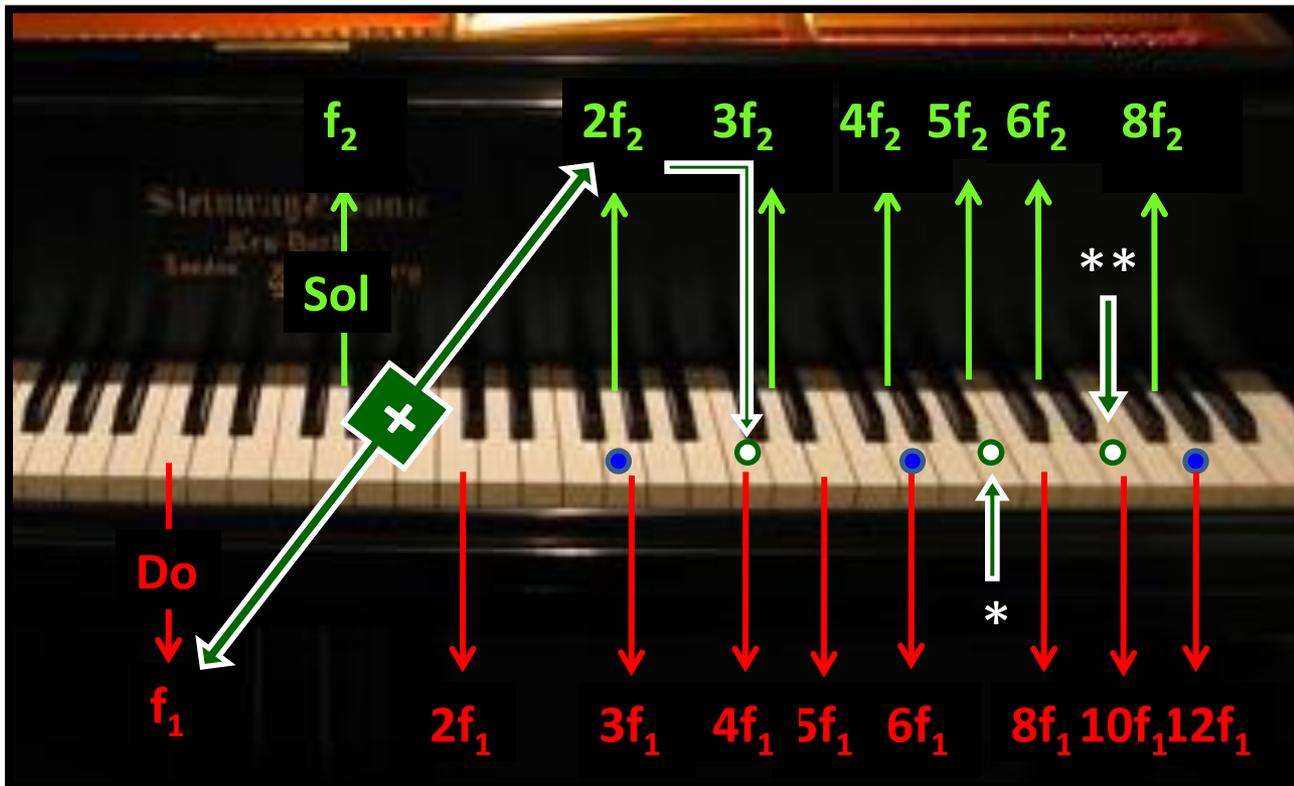
$$** 7f_1 = 5f_1 + f_2 = 3f_1 + 2f_2 = f_1 + 4f_2$$

SINTESI DELLE SOMME DI FREQUENZE

Creazione di armoniche consonanti in risposta a due note ad un intervallo

Due note all'INTERVALLO di QUINTA: $f_2 = 3/2f_1$

Buona consonanza (vedi ●)



$$4f_1 = 2f_2 + f_1$$

f_1

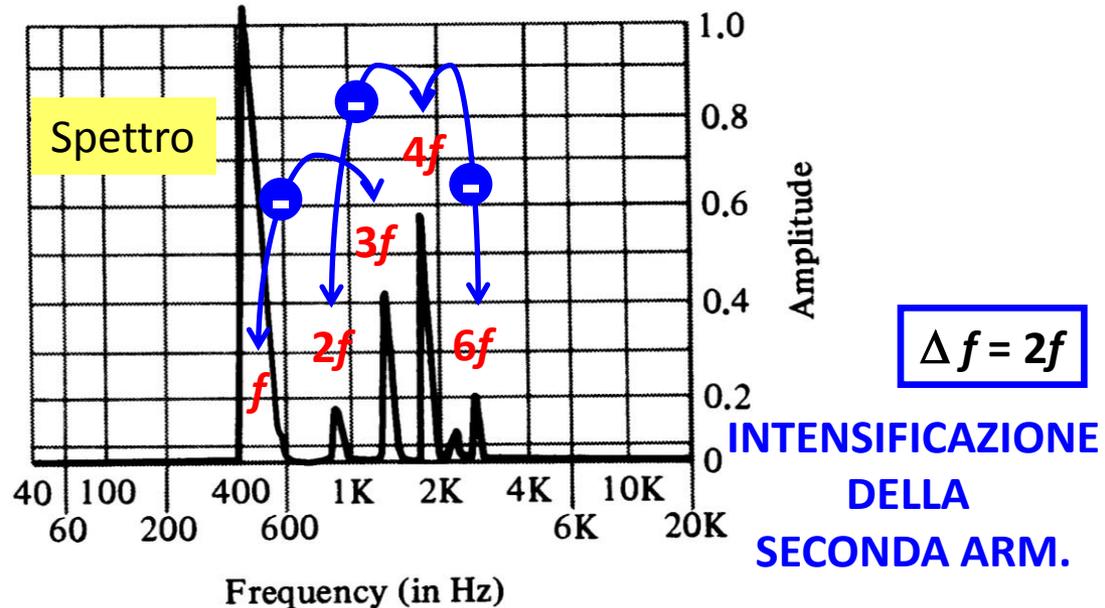
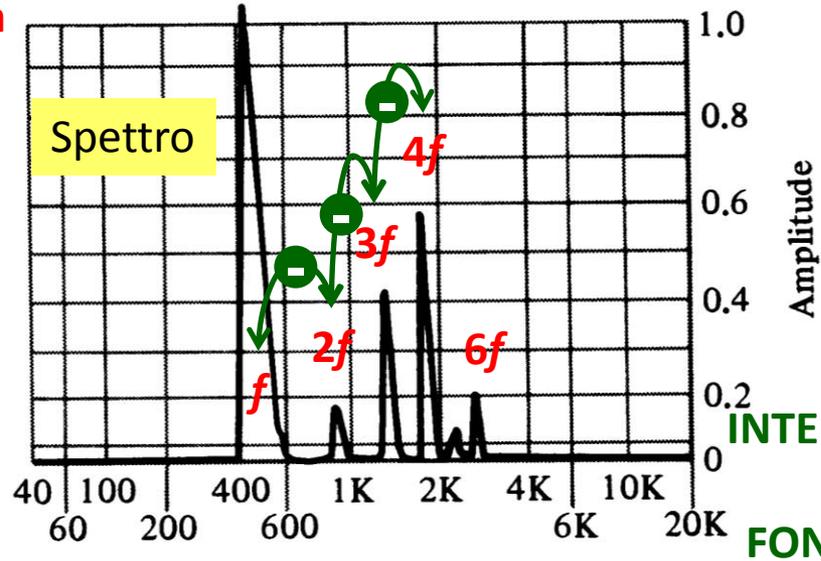
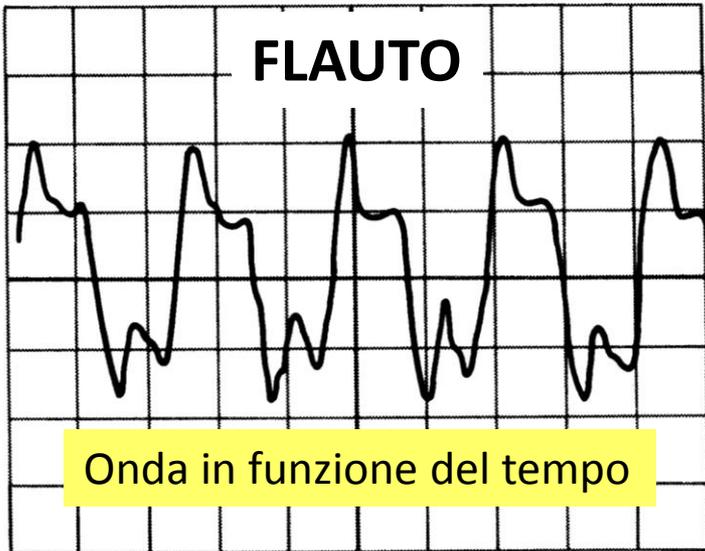
$$* 7f_1 = 4f_2 + f_1 = 2f_2 + 4f_1$$

$$** 10f_1 = 6f_2 + f_1 = 4f_2 + 4f_1 = 2f_2 + 7f_1$$

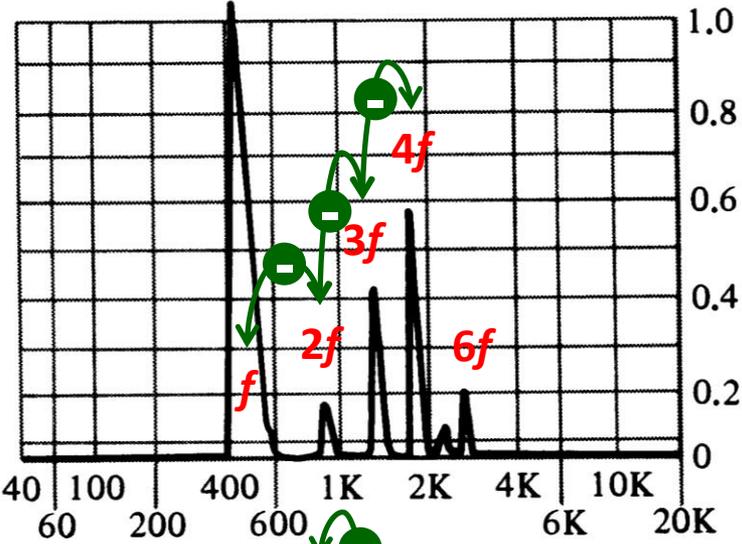
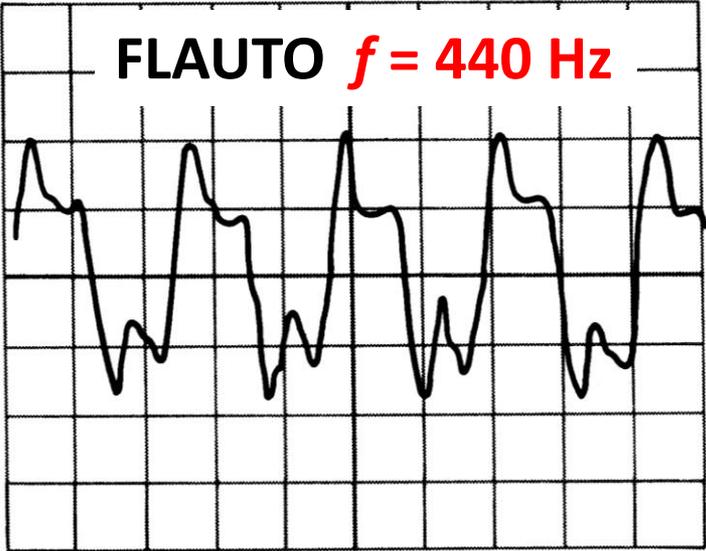
SINTESI DELLE DIFFERENZE DI FREQUENZE

Intensificazione delle armoniche a bassa frequenza

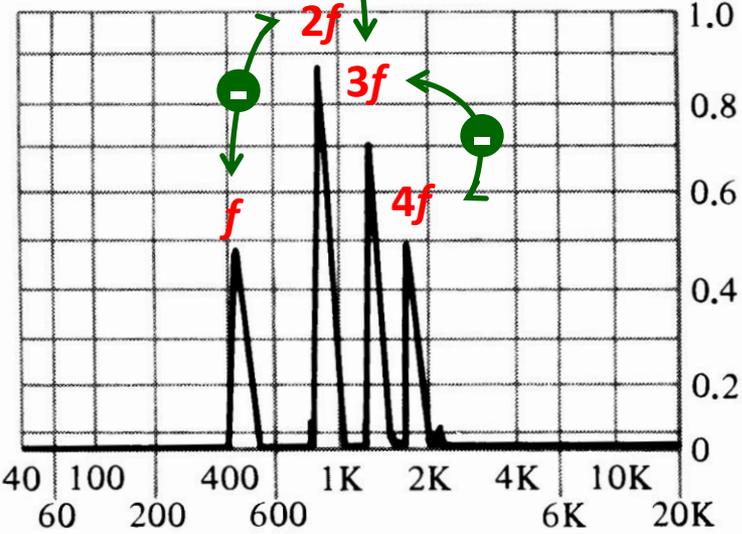
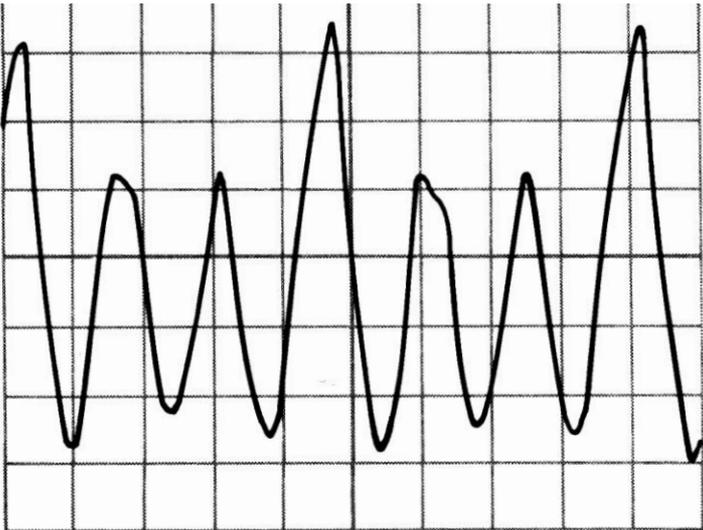
Timbro piu' "cupo" ad ogni singola nota
 La: $f = 440$ Hz



SINTESI DELLE DIFFERENZE DI FREQUENZE
 Intensificazione della fondamentale, $\Delta f = f$



CONTRABBASSO $f = 440$ Hz



Frequency (in Hz)

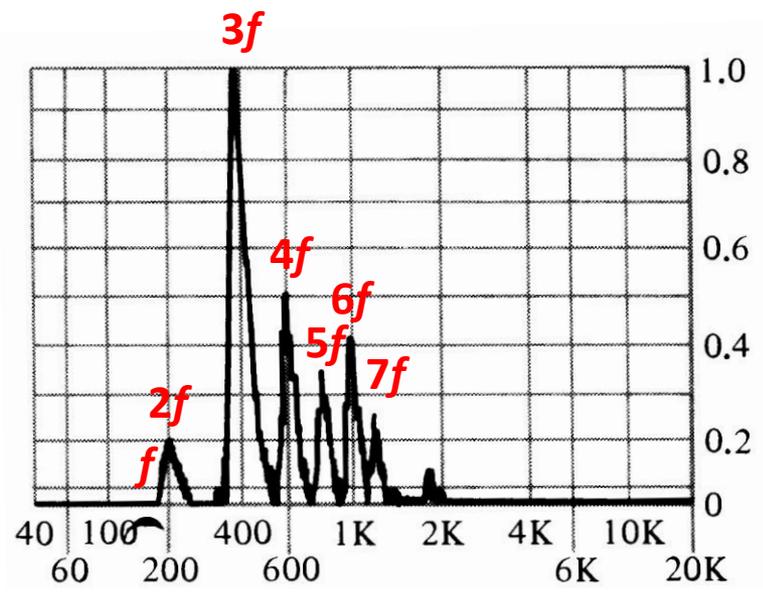
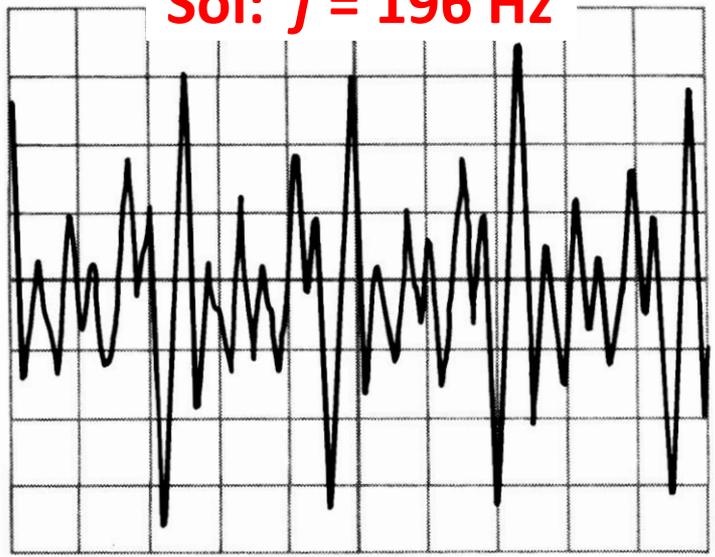


**L'ORECCHIO
 "SENTE" LA
 FREQUENZA
 $f = 440$ Hz
 PERCHE' LA
 INTENSIFICA
 FINO A
 SUPERARE LE
 ARMONICHE**

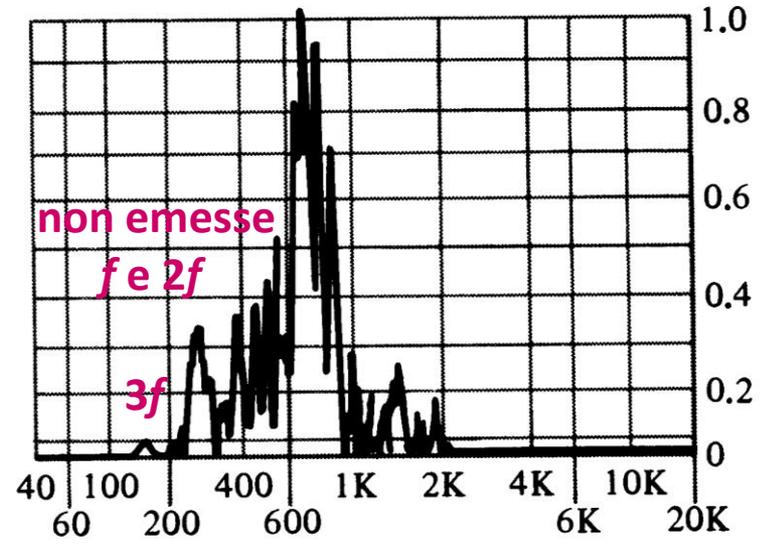
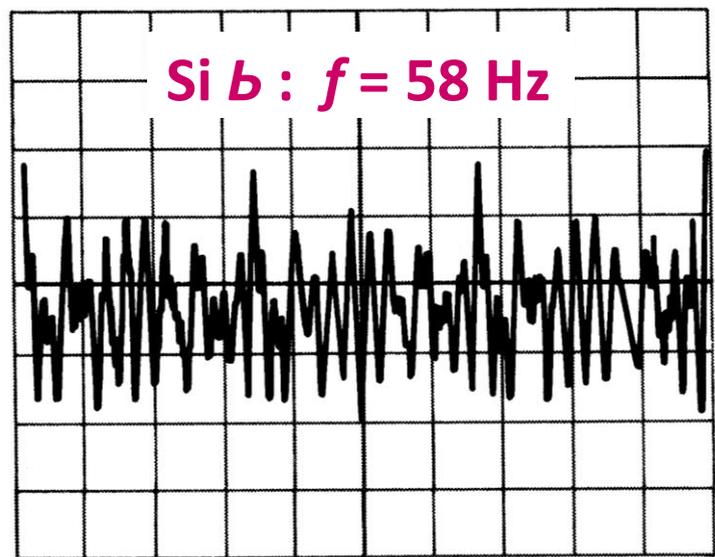
SINTESI DELLE DIFFERENZE DI FREQUENZE

Creazione della fondamentale nel caso-limite del CONTRABBASSO

Sol: $f = 196$ Hz



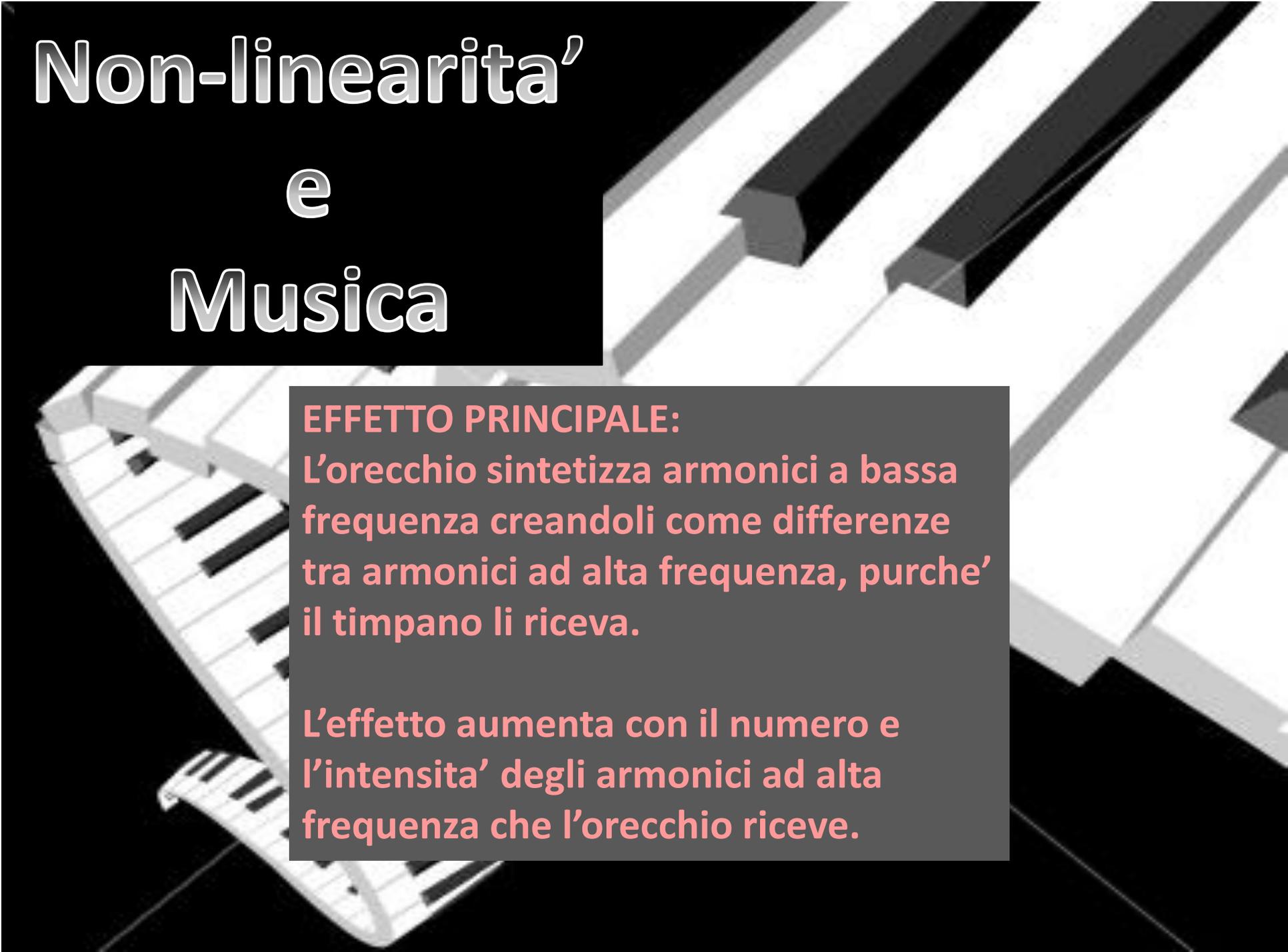
Si b : $f = 58$ Hz



**L'ORECCHIO
SINTETIZZA
58 e 106 Hz
COME
DIFFERENZE
CON $\Delta f = f$
E
 $\Delta f = 2f$**

Frequency (in Hz)

Non-linearita' e Musica



EFFETTO PRINCIPALE:

L'orecchio sintetizza armonici a bassa frequenza creandoli come differenze tra armonici ad alta frequenza, purché il timpano li riceva.

L'effetto aumenta con il numero e l'intensità degli armonici ad alta frequenza che l'orecchio riceve.

IMPIANTO Hi-Fi:

Deve produrre buona amplificazione delle frequenze alte per fornire all'orecchio armonici ad alta frequenza che siano potenti.

L'amplificatore deve garantire guadagno indipendente dalla frequenza su una banda quanto piu' ampia possibile affinche' l'orecchio, rimescolando gli spettri delle note, non provochi una percezione modificata del timbro degli strumenti.

L'orecchio non puo', ne' deve, generare le basse frequenze se un suono contiene solo queste componenti (es. uno scoppio, una porta che sbatte).

Gli amplificatori operano benissimo a pochi Hz, ma e' opportuno l'uso di un apposito altoparlante (sub-woofer) per un buon trasferimento all'aria.



UNIVERSITAS STUDIORUM INSUBRIAE