Università degli Studi dell'Insubria - Dipartimento di Economia
Test di Matematica - 6 Ottobre 2015 - modalità A

Scrivere **in stampatello ed in maniera chiara** qui sotto il proprio nome nome e cognome. Una sola delle risposte proposte è corretta e va segnata con una croce sulla lettera che la contraddistingue.

Nome _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Cognome _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Matr. _ _ _ _ _ _

1. La soluzione della disequazione $4^x \leq \frac{1}{64}$ è

a) $x \geq -3$	b) $x \leq -3$	c) $x < 3$	d) $x > 3$

2. Per quali valori del parametro a l'equazione di secondo grado $x^2+ax+36=0$ ammette due soluzioni coincidenti?

a) $a = 12$	b) $a = -12$	c) $a_1 = -12$; $a_2 = 12$	d) per nessun valore di a

3. Siano $B(x) = x^2 + 5$, $Q(x) = x^2 - 3x + 1$ e $R(x) = 3x + 5$ rispettivamente i polinomi divisore, quoziente e resto di una divisione tra polinomi. Qual è il polinomio dividendo $A(x)$ tale per cui $A(x) : B(x) = Q(x)$ con resto $R(x)$?

a) l'esercizio non fornisce dati sufficienti per poter rispondere alla domanda		
b) $x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 12x - 10$	c) $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 12x + 10$	d) $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 12x + 10$

4. Quali sono le soluzioni **reali** dell'equazione $x^4 + x^2 = 0$?

a) 0	b) $0, 1$	c) $-1, 0$	d) $-1, 0, 1$

5. La disequazione $|x| < 20 - 2x$ ha soluzione

a) $x > \dfrac{20}{3}$	b) $x \geq \dfrac{20}{3}$	c) $x < \dfrac{20}{3}$	d) $x \leq \dfrac{20}{3}$

6. Il vertice della parabola che passa per i punti $A \equiv (0; 8)$, $B \equiv (2; 0)$ e $C \equiv (-3; 5)$ ha coordinate

a) $(1; -9)$	b) $(-1; -9)$	c) $(1; 9)$	d) $(-1; 9)$

7. Le soluzioni dell'equazione logaritmica $\log\left(x^2 - 3x\right) = \log(2x - 6)$ sono

a) $x = 3$	b) $x = 2$	c) l'equazione è impossibile	d) $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$

8. Dati gli insiemi $A = \{-2; 0; 2\}$ $B = \{-1; 0; 1; 2\}$ $C = \{-3; -2; 0; 1\}$, l'insieme $(A \cap B) \cup C$ vale

a) $\{-2; 0; 1; 2; 3\}$	b) $\{-3; -2; 0; 1; 2\}$	c) $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$	d) $\{-3; -1; 0; 1; 3\}$

9. La differenza $x^{12} - y^9$ può essere riscritta come

a) $\left(x^4 - y^3\right)\left(x^8 + x^4y^3 + y^6\right)$	b) $\left(x^4 + y^3\right)\left(x^8 + x^4y^3 + y^6\right)$
c) $\left(x^4 - y^3\right)\left(x^8 - x^4y^3 + y^6\right)$	d) $\left(x^4 + y^3\right)\left(x^8 - x^4y^3 + y^6\right)$

10. Se l'angolo α, espresso in radianti, vale $\alpha = \frac{\pi}{3}$ allora

a) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$	b) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$	c) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$	d) $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

Università degli Studi dell'Insubria - Dipartimento di Economia
Test di Matematica - 6 Ottobre 2015 - modalità B

Scrivere **in stampatello ed in maniera chiara** qui sotto il proprio nome nome e cognome. Una sola delle risposte proposte è corretta e va segnata con una croce sulla lettera che la contraddistingue.

Nome _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Cognome _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Matr. _ _ _ _ _ _

1. La disequazione $|x| < 20 - 2x$ ha soluzione

a) $x > \frac{20}{3}$	b) $x \geq \frac{20}{3}$	c) $x < \frac{20}{3}$	d) $x \leq \frac{20}{3}$

2. Dati gli insiemi $A = \{-2; 0; 2\}$ $B = \{-1; 0; 1; 2\}$ $C = \{-3; -2; 0; 1\}$, l'insieme $(A \cap B) \cup C$ vale

a) $\{-2; 0; 1; 2; 3\}$	b) $\{-3; -2; 0; 1; 2\}$	c) $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$	d) $\{-3; -1; 0; 1; 3\}$

3. Se l'angolo α, espresso in radianti, vale $\alpha = \frac{\pi}{3}$ allora

a) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$	b) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$	c) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$	d) $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

4. Il vertice della parabola che passa per i punti $A \equiv (0; 8)$, $B \equiv (2; 0)$ e $C \equiv (-3; 5)$ ha coordinate

a) $(1; -9)$	b) $(-1; -9)$	c) $(1; 9)$	d) $(-1; 9)$

5. La soluzione della disequazione $4^x \leq \frac{1}{64}$ è

a) $x \geq -3$	b) $x \leq -3$	c) $x < 3$	d) $x > 3$

6. Quali sono le soluzioni **reali** dell'equazione $x^4 + x^2 = 0$?

a) 0	b) $0, 1$	c) $-1, 0$	d) $-1, 0, 1$

7. La differenza $x^{12} - y^9$ può essere riscritta come

a) $\left(x^4 - y^3\right)\left(x^8 + x^4y^3 + y^6\right)$	b) $\left(x^4 + y^3\right)\left(x^8 + x^4y^3 + y^6\right)$
c) $\left(x^4 - y^3\right)\left(x^8 - x^4y^3 + y^6\right)$	d) $\left(x^4 + y^3\right)\left(x^8 - x^4y^3 + y^6\right)$

8. Per quali valori del parametro a l'equazione di secondo grado $x^2 + ax + 36 = 0$ ammette due soluzioni coincidenti?

a) $a = 12$	b) $a = -12$	c) $a_1 = -12$; $a_2 = 12$	d) per nessun valore di a

9. Le soluzioni dell'equazione logaritmica $\log\left(x^2 - 3x\right) = \log(2x - 6)$ sono

a) $x = 3$	b) $x = 2$	c) l'equazione è impossibile	d) $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$

10. Siano $B(x) = x^2 + 5$, $Q(x) = x^2 - 3x + 1$ e $R(x) = 3x + 5$ rispettivamente i polinomi divisore, quoziente e resto di una divisione tra polinomi. Qual è il polinomio dividendo $A(x)$ tale per cui $A(x) : B(x) = Q(x)$ con resto $R(x)$?

a) l'esercizio non fornisce dati sufficienti per poter rispondere alla domanda		
b) $x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 12x - 10$	c) $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 12x + 10$	d) $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 12x + 10$

Università degli Studi dell'Insubria - Dipartimento di Economia
Test di Matematica - 6 Ottobre 2015 - soluzioni

1. **b**): l'equazione può essere scritta come
$$4^x \leq 4^{-3}$$
per cui, usando il principio di equivalenza tra disequazioni esponenziali, $x \leq -3$.

2. **c**): il discriminante dell'equazione è $\Delta = a^2 - 144$. Un'equazione di secondo grado ammette due soluzioni coincidenti quando il suo discriminante è nullo, ovvero per $a_1 = -12$, $a_2 = 12$.

3. **d**): dato che $A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$, si ricava
$$A(x) = \left(x^2 + 5\right)\left(x^2 - 3x + 1\right) + 3x + 5 = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 12x + 10.$$

4. **a**): l'equazione può essere riscritta come
$$x^4 + x^2 = x^2\left(x^2 + 1\right) = 0;$$
per la legge di annullamento del prodotto si ha che $x^2 = 0$, da cui la soluzione doppia $x_{1,2} = 0$, e che $x^2 + 1 = 0$. Questa seconda equazione ha come soluzioni $x_3 = i$ e $x_4 = -i$ che non sono numeri reali. La soluzione reale dell'equazione è quindi solo 0.

5. **c**): l'equazione con il modulo deve essere riscritta nel seguente modo
$$\begin{cases} x < 20 - 2x & \text{se} \quad x \geq 0 \\ -x < 20 - 2x & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$
Nel primo caso la soluzione è $x < \frac{20}{3}$ mentre nel secondo è $x < 20$. Tenuto conto degli intervalli di x per i quali si verificano i due casi, la soluzione complessiva è
$$\underbrace{\left\{x : 0 \leq x < \frac{20}{3}\right\}}_{\text{primo caso}} \cup \underbrace{\{x : x < 0\}}_{\text{secondo caso}} = \left\{x : x < \frac{20}{3}\right\}$$
ovvero, più semplicemente, $x < \frac{20}{3}$.

6. **d**): le condizioni di passaggio rispetto ai tre punti forniscono il seguente sistema lineare
$$\begin{cases} c = 8 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ 9a - 3b + c = 5 \end{cases}$$
che ha unica soluzione $a = -1$, $b = -2$ e $c = 8$. La parabola ha allora equazione
$$y = -x^2 - 2x + 8$$
e vertice V con coordinate
$$V_x = -\frac{-2}{-2} = -1 \qquad V_y = \frac{4 \cdot (-1) \cdot 8 - (-2)^2}{-4} = 9.$$

7. **c**): il campo di esistenza dei due logaritmi è $x^2 - 3x > 0$, nel primo caso e $2x - 6 > 0$ nel secondo. La prima disequazione ha soluzione $x < 0$ e $x > 3$ mentre la seconda $x > 3$. Il campo d'esistenza comune dei due logaritmi è, allora, $x > 3$. Il principio di equivalenza delle equazioni logaritmiche permette di scrivere l'equazione come $x^2 - 3x = 2x - 6$ ovvero $x^2 - 5x + 6 = 0$. Questa equazione ha come soluzioni $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$. Entrambe le soluzioni devono essere scartate in quanto esterne al campo di esistenza comune dell'equazione.

8. **b**): dato che $A \cap B = \{0; 2\}$,
$$(A \cap B) \cup C = \{-3; -2; 0; 1; 2\}.$$

9. **a**): il prodotto $\left(x^4 - y^3\right)\left(x^8 + x^4y^3 + y^6\right)$ vale
$$x^{12} + x^8y^3 + x^4y^6 - x^8y^3 - x^4y^6 - y^9 = x^{12} - y^9.$$

10. **b**): si ha $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.